Prof. Dr. Alfred Toth

Gruppenstruktur semiotischer Bifunktoren

1. Bekanntlich (vgl. z.B. Schubert 1970, S. 10) gilt für Bifunktoren

$$(f'f, g'g) = (f, g')\,(f', g)$$

Für die Subzeichen (kartesischen Produkte der semiotischen Matrix) haben wir entsprechend z.B.

$$(1.3, 2.1) = (3.2, 1.1).$$

Allerdings gibt es eine weitere Möglichkeit, mit Bifunktoren zu rechnen (vgl. Toth 2019):

$$(f'f, g'g) = (f', g')\,(f, g)$$

Für Subzeichen haben wir dann

$$(1.3, 2.1) = (1.2, 3.1).$$

2. In der vorliegenden Arbeit weisen wir auf bisher unbekannte Zusammenhänge hin, die sich aus der Gegenüberstellung beider Verfahren ergeben.

ZKl = (3.1, 2.1, 1.1)

1. Bifunktorielle Analyse

$$(1 \to 2) \to (3 \to 1) \circ (1 \to 1) \to (2 \to 1)$$

2. Bifunktorielle Analyse

$$(3 \to 2) \to (1 \to 1) \circ (2 \to 1) \to (1 \to 1)$$

3. Conspectus

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
(1 & \to & 2) & \to & (3 & \to & 1) & \circ & (1 & \to & 1) & \to & (2 & \to & 1)\\
\updownarrow & & | & & \updownarrow & & | & & \updownarrow & & | & & \updownarrow & & |\\
(3 & \to & 2) & \to & (1 & \to & 1) & \circ & (2 & \to & 1) & \to & (1 & \to & 1)
\end{array}
$$

2 = konst.	1 = konst.
$1 \leftrightarrow 3$, d.h. $1^{-1} = 3$	$1 \leftrightarrow 2$, d.h. $1^{-1} = 2$

Daß die anhand einer arbiträr gewählten Zeichenklasse festgestellten Tatsachen invariant sind, beweist man, indem man von einer willkürlichen bifunktoriellen ternären Relation der Form

R = (a.b, c.d, e.f)

ausgeht. Man hat dann

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} (b & \to & c) & \to & (a & \to & d) & \circ & (d & \to & e) & \to & (c & \to & f) \\ \updownarrow & & | & & \updownarrow & & | & & \updownarrow & & | & & \updownarrow & & | \\ (a & \to & c) & \to & (b & \to & d) & \circ & (c & \to & e) & \to & (d & \to & f) \end{array}$$

c = konst.	e = konst.
d = konst.	f = konst.
$a \leftrightarrow b$, d.h. $a^{-1} = b$	$c \leftrightarrow d$, d.h. $c^{-1} = d$

Die beiden Teilabbildungen erfüllen also die Gruppenaxiome (vgl. auch Toth 2009). Ferner weise die Strukturen fixe Positionen für die identitiven Abbildungen auf.

3. Wir wollen daher die strukturellen Verhältnisse bei Eigenrealität und Kategorienrealität (vgl. Bense 1992) betrachten.

ZKl = (3.1, 2.2, 1.3)

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} (1 & \to & 2) & \to & (3 & \to & 2) & \circ & (2 & \to & 1) & \to & (2 & \to & 3) \\ \updownarrow & & | & & \updownarrow & & | & & | & & | & & | & & | \\ (3 & \to & 2) & \to & (1 & \to & 2) & \circ & (2 & \to & 1 & \to & (2 & \to & 3) \end{array}$$

2 = konst.	1 = konst.
$1 \leftrightarrow 3$, d.h. $1^{-1} = 3$	2 = konst.
	3 = konst.

Im rechten Teil der Komposition sind somit alle 3 semiotischen Werte konstant.

KatKl = (3.3, 2.2, 1.1)

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} (3 & \to & 2) & \to & (3 & \to & 2) & \circ & (2 & \to & 1) & \to & (2 & \to & 1) \\ | & & | & & | & & | & & | & & | & & | & & | \\ (3 & \to & 2) & \to & (3 & \to & 2) & \circ & (2 & \to & 1) & \to & (2 & \to & 1) \end{array}$$

1 = konst.	1 = konst.
2 = konst.	2 = konst.
3 = konst.	3 = konst.

Hier sind nun die 3 semiotischen Werte sogar beider Teile der Komposition konstant. Wir kommen also zum gleichen Schluß wie in Toth (2025): Paradoxerweise steht die Kategorienklasse von der Struktur des bifunktoriellen Conspectus her betrachtet Benses Konzept einer „Dualidentität" näher als die Eigenrealitätsklasse.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Schubert, Horst, Kategorien I. Heidelberg 1970

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electromic journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, n-kategoriale semiotisch-ontische Isomorphien. In: Electromic journal for Mathematical Semiotics, 2019

Toth, Alfred, Diamonds von Bifunktoren. In: Electromic journal for Mathematical Semiotics, 2025

30.4.2025